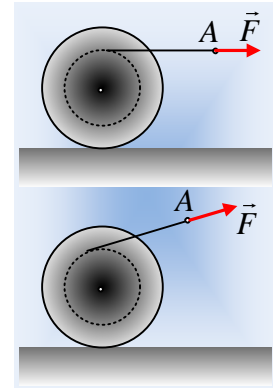


### Θα συνεχιστεί η κύλιση;

Ένας λεπτός κυλινδρικός φλοιός ακτίνας  $R$ , φέρει σχισμή βάθους  $y$ , εντός της οποίας έχουμε τυλίξει ένα αβαρές νήμα και ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή τραβάμε το άκρο  $A$  του νήματος, ασκώντας του οριζόντια δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα, με αποτέλεσμα ο κύλινδρος να κυλιέται.



i) Το βάθος της σχισμής είναι ίσο με:

$$\alpha) y = \frac{1}{4}R, \quad \beta) y = \frac{1}{3}R, \quad \gamma) y = \frac{1}{2}R$$

ii) Χωρίς να μεταβάλουμε το μέτρο της ασκούμενης δύναμης, μεταβάλουμε τη διεύθυνση του νήματος, έτσι ώστε να σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την αρχική διεύθυνση:

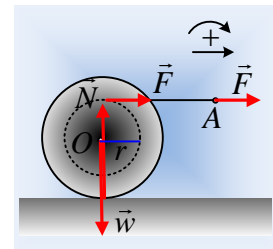
- α) Ο κύλινδρος θα συνεχίσει να κυλιέται.
- β) Ο κύλινδρος θα πάψει να κυλιέται και θα ολισθήσει.
- γ) Ο κύλινδρος θα σπινάρει.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου  $I = \frac{1}{2}MR^2$ .

#### Απάντηση:

i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στον κυλινδρικό φλοιό, όπου η ασκούμενη δύναμη  $F$ , μεταφέρεται στον κύλινδρο σε απόσταση  $r$  από τον άξονά του, όπου  $y=R-r$ . Θεωρούμε την κύλιση του κυλινδρικού φλοιού ως σύνθετη, μια μεταφορική και μια περιστροφική γύρω από τον άξονα περιστροφής στο  $O$ . Με θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση θετική, καθώς και τις δεξιόστροφες ροπές θετικές, εφαρμόζουμε το 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα για κάθε κίνηση χωριστά παίρνοντας:



**Μεταφορική:**  $\Sigma \vec{F} = M\vec{a}_{cm} \rightarrow F = Ma_{cm}$  (1)

**Στροφική:**  $\Sigma \tau_o = I_{cm} \cdot \alpha_{γων} \rightarrow F \cdot r = \frac{1}{2}MR^2 \cdot \alpha_{γων}$  (2)

Αλλά από την κύλιση έχουμε ακόμη  $\alpha_{cm} = \alpha_{γων} \cdot R$  (3)

Από τις παραπάνω εξισώσεις έχουμε:

$$M\alpha_{cm} r = \frac{1}{2}MR\alpha_{cm} \rightarrow r = \frac{1}{2}R$$

Σωστή η γ) πρόταση, αφού  $y=R-r = R - \frac{1}{2}R = \frac{1}{2}R$ .

ii) Αναλύουμε τώρα την δύναμη  $\vec{F}$  σε οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα και στη συνέχεια δουλεύουμε ξανά όπως παραπάνω, παίρνοντας:

$$\text{Μεταφορική κίνηση: } \Sigma \vec{F} = M\vec{a}_{cm/l} \rightarrow F_x = Ma_{cm/l} \quad (1\alpha)$$

$$\text{Στροφική: } \Sigma \tau_o = I_{cm} \cdot \alpha_{\gamma\omega v} \rightarrow F \cdot r = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega v/l} \quad (2\alpha)$$

Από την σύγκριση των (1) και (1<sup>α</sup>), αφού  $F_x < F$  προκύπτει ότι η νέα επιτάχυνση του κέντρου μάζας  $a_{cm/l}$  θα είναι μικρότερη της αρχικής επιτάχυνσης  $a_{cm}$ .

Αν λοιπόν υποθέσουμε ότι η αλλαγή στη διεύθυνση του νήματος έγινε τη στιγμή  $t_1$ , κάθε επόμενη χρονική στιγμή  $t$ , το κέντρο μάζας  $O$  θα έχει ταχύτητα προς τα δεξιά, μέτρου:

$$v_{cm/l} = v_1 + a_{cm/l}(t - t_1) \quad (4)$$

όπου  $v_1$  η ταχύτητα του κέντρου μάζας τη στιγμή αλλαγής της διεύθυνσης του νήματος. Εξάλλου από την σύγκριση των σχέσεων (2) και (2<sup>α</sup>) προκύπτει ότι  $a_{\gamma\omega v/l} = a_{\gamma\omega v}$ , πράγμα που σημαίνει ότι η αλλαγή της διεύθυνσης του νήματος, δεν μετέβαλε τη γωνιακή επιτάχυνση του στερεού μας. Πράγμα άλλωστε αναμενόμενο, αφού η ροπή της δύναμης δεν μετεβλήθη...

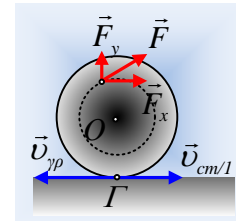
Ας έρθουμε τώρα στο σημείο επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο, στο σημείο  $\Gamma$ . Αυτό θα έχει μια ταχύτητα  $v_{cm/l}$  με φορά προς τα δεξιά και μια  $v_{\gamma p}$  εξαιτίας της κυκλικής κίνησης γύρω από το  $O$ , με φορά προς τα αριστερά και μέτρο:

$$v_{\gamma p} = \omega \cdot R = (\omega_1 + a_{\gamma\omega v}(t - t_1))R = \omega_1 R + a_{\gamma\omega v} R(t - t_1) \rightarrow$$

$$v_{\gamma p} = v_1 + a_{cm}(t - t_1) \quad (5)$$

Από την σύγκριση των (4) και (5) προκύπτει ότι  $v_{\gamma p} > v_{cm}$  κάθε στιγμή (μετά την αλλαγή της διεύθυνσης του νήματος) και ο κυλινδρικός φλοιός σπινάρει.

Σωστή η γ) πρόταση.



### Υλικό Φυσικής-Χημείας

Γιατί το να μοιράζεσαι πράγματα, είναι καλό για όλους...

Επιμέλεια:

*Διονόσης Μάργαρης*